Flexión de vigas

Ignacio Romero
ignacio.romero@upm.es

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales
Universidad Politécnica de Madrid

Curso 2017/18

Definiciones

- Una sección de un sólido prismático está sometida a flexión cuando las componentes y, z del momento interno, que llamamos M_y, M_z, no son nulas.
- Si un sólido prismático está sometido a momento flector constante y el resto de esfuerzos son nulos, decimos que está a flexión pura. Si la flexión no es constante y está sometido sólo a flexión y cortante, decimos que el estado es de flexión simple.
- Se llama flexión oblicua o esviada a aquella en la que $M_z \neq 0$, $M_y \neq 0$.
- Cuando una sección está sometida a flexión y esfuerzo normal, se dice está sometida a flexión compuesta.
- Cuando una sección está sometida a flexión y torsión, se dice que está a flexotorsión.

Equilibrio

Ecuación del equilibrio: (cuidado con los sentidos!)

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}T(x)}{\mathrm{d}x} + q(x) = 0 \\ \frac{\mathrm{d}M_z(x)}{\mathrm{d}x} - T(x) = 0 \end{aligned}}$$

Tensiones debidas al flector

Las tensiones sobre una sección debidas al momento flector vienen dadas por la fórmula de Navier:

$$\boxed{\sigma_x = -\frac{M_z}{I_z} y}$$

Lás máximas tensiones normales están en los puntos más alejados de la fibra neutra

$$|\sigma_x|^{\text{máx}} = \frac{M_z}{I_z}|y|_{\text{máx}} = \frac{M_z}{I_z/|y|_{\text{máx}}} = \frac{M_z}{W_z}$$

La cantidad $W_z = I_z/|y|_{\text{máx}}$ es el módulo resistente a flexión de la sección (dimensiones de L^3)

Deformación

La deformación conjugada al momento flector es la curvatura $\kappa \approx v''$ de la directriz de la viga

Relación constitutiva

La relación entre flector y curvatura es

$$\boxed{\kappa = \frac{M_z}{EI_z}}$$

Ecuación de la elástica:

$$\boxed{EI\ v''''(x) + q(x) = 0}$$

Energía

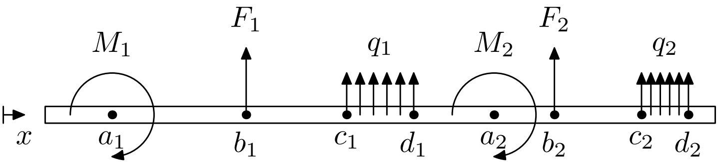
La energía de una barra a flexión es

$$\boxed{U = \int_0^L \frac{M_z^2}{2EI_z}\,\mathrm{d}x}$$

Ecuación universal

La ecuación de la elástica para un viga recta, con rigidez EI_z constante, y sin rótulas es

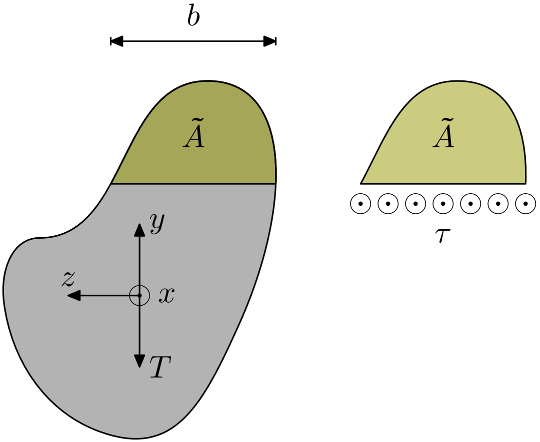
$$
\begin{aligned}
EI_z v(x) &= EI_z v_0 + EI_z \theta_0 x \\
&+ \sum_i \left(\frac{M_i}{2!} \langle x - a_i \rangle^2 + \frac{F_i}{3!} \langle x - b_i \rangle^3 + \frac{q_i}{4!} (\langle x - c_i \rangle^4 - \langle x - d_i \rangle^4) \right)
\end{aligned}
$$



Cortante en vigas

El cortante en vigas se distribuye en una sección de acuerdo a la fórmula de Colignon:

$$\tau = \frac{T}{b} \frac{m_z(\tilde{A})}{I_z}$$



Flexión oblicua

Fórmula de Navier para flexión oblicua:

$$\sigma_x = -\frac{M_z}{EI_z} y + \frac{M_y}{EI_y} z$$

Elástica para flexión oblicua:

$$v''(x) = \frac{M_z(x)}{EI_z} , \qquad w''(x) = -\frac{M_y(x)}{EI_y}$$

Energía de una viga sometida a flexión oblicua:

$$U = \int_0^L \frac{M_z^2}{2EI_z} \, \mathrm{d}x + \int_0^L \frac{M_y^2}{2EI_y} \, \mathrm{d}x$$

Flexión compuesta

Se dice que una sección de una viga está sometida a *flexión compuesta* cuando sobre ella actúan un momento flector y un esfuerzo normal no nulos.

- Tensiones:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z$$

- Eje neutro:

$$0 = \frac{N}{A} - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z$$

- Esfuerzo normal excéntrico: en $(x, y) = (\xi, \eta)$

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{N\eta}{I_z} y + \frac{N\xi}{I_y} z$$

Solicitaciones combinadas

Todos los modelos estudiados son lineales $\rightarrow$ la combinación de las acciones da lugar a la suma de las respuestas.

- Las tensiones debida a una combinación de N, T, M, M_t son la suma tensorial de los desplazamientos individuales.
- El desplazamiento y giro debidos a una combinación de N, T, M, M_t es la suma vectorial de los desplazamientos individuales.
- La energía de una combinación de N, T, M, M_t es la suma de las energías individuales.