

1º Apellido 



  
 2º Apellido 



  
 Nombre 



  
 N° de Matrícula 

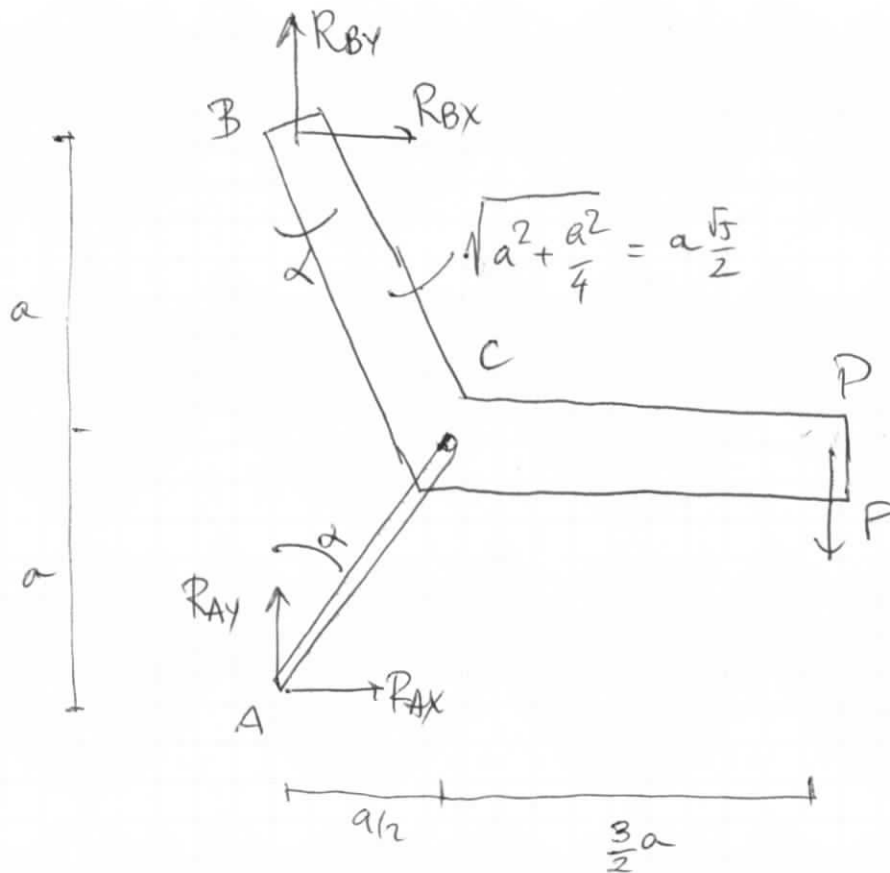


 N° de Grupo 



  
 Asignatura \_\_\_\_\_  
 E<sub>3</sub> - \_\_\_\_\_  
 Año de c. \_\_\_\_\_ Fecha \_\_\_\_\_

EJERCICIO \_\_\_\_\_  
 Hoja nº \_\_\_\_\_  
 CALIFICACIÓN \_\_\_\_\_



$$\cos \alpha = \frac{a}{a\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \alpha = \frac{a/2}{a\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

(i) Cálculo de las reacciones

$$0 = \sum M_A = F \cdot 2a + R_{Bx} \cdot 2a \Rightarrow R_{Bx} = -F \Rightarrow R_{Ax} = F$$

Como AC está a tracción/compresión  $\Rightarrow$

$$R_{Ay} = -N_{AC} \cos \alpha$$

$$R_{Ax} = -N_{AC} \sin \alpha$$

$$R_{Ax} = F = -N_{AC} \cdot \frac{a/2}{a\frac{\sqrt{5}}{2}} = -\frac{N_{AC}}{\sqrt{5}} \Rightarrow N_{AC} = -F\sqrt{5}$$

$$R_{Ay} = -N_{AC} \frac{a}{a\frac{\sqrt{5}}{2}} = + F\sqrt{5} \frac{2}{\sqrt{5}} = 2F$$

$$0 = \sum f_y = R_{By} + 2F - F \Rightarrow R_{By} = -F$$

1º Apellido 



  
 2º Apellido 



  
 Nombre 



  
 Nº de Matrícula 



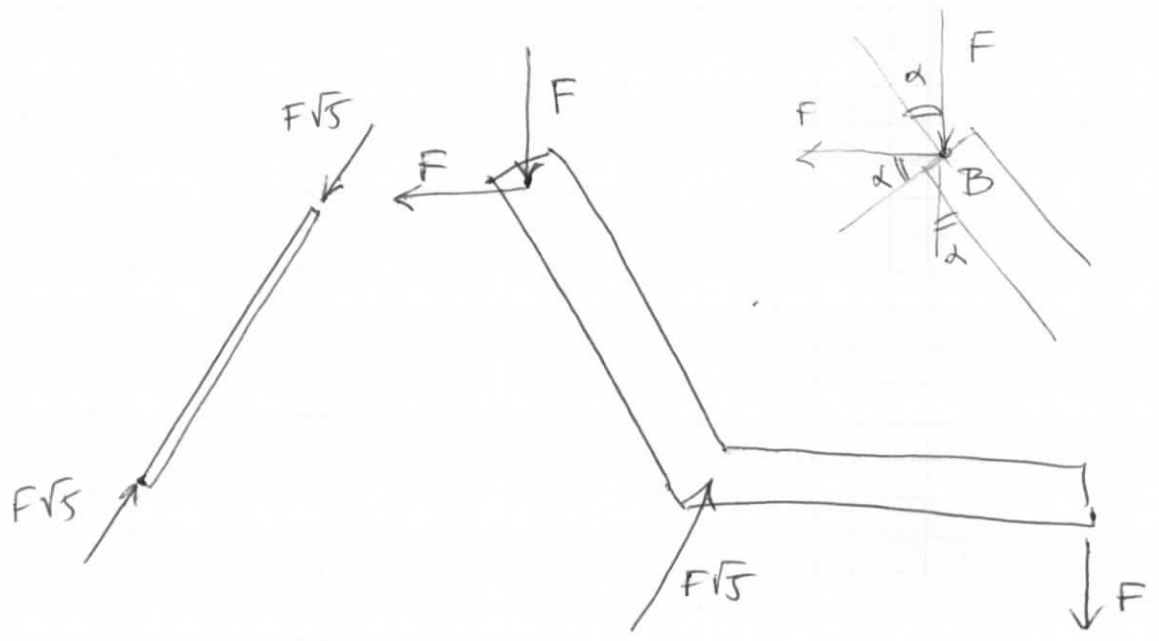
 Nº de Grupo 



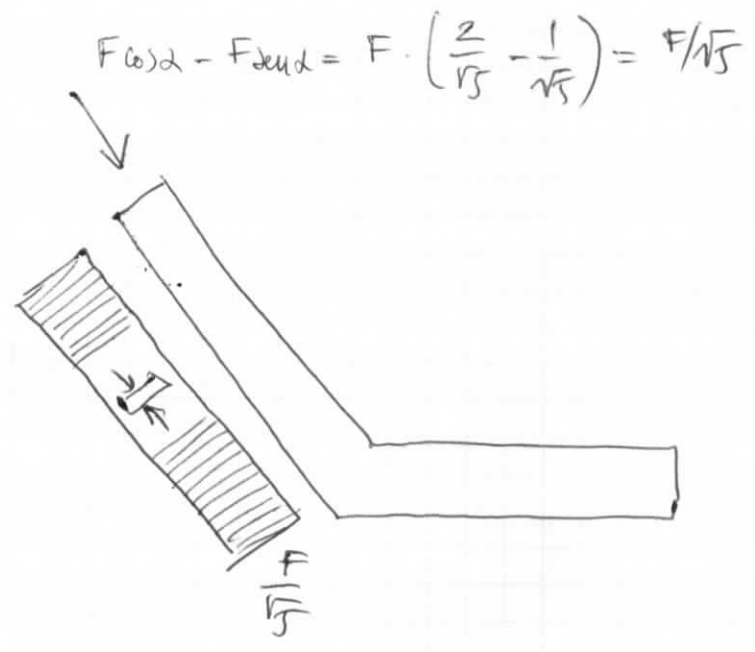
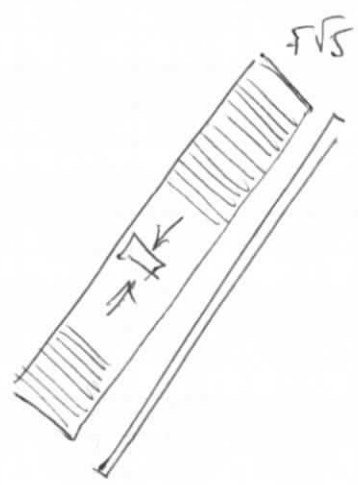
  
 Asignatura \_\_\_\_\_  
 E<sub>3</sub> \_\_\_\_\_  
 Año de C<sub>3</sub> \_\_\_\_\_ Fecha \_\_\_\_\_

EJERCICIO \_\_\_\_\_  
 Hoja nº \_\_\_\_\_  
 CALIFICACIÓN \_\_\_\_\_

(ii) Diagrams de esfuerzos:



Esfuerzo normal





INDUSTRIALES  
ETSII | UPM

1º Apellido 



  
 2º Apellido 



  
 Nombre 



  
 Nº de Matrícula 



 Nº de Grupo 

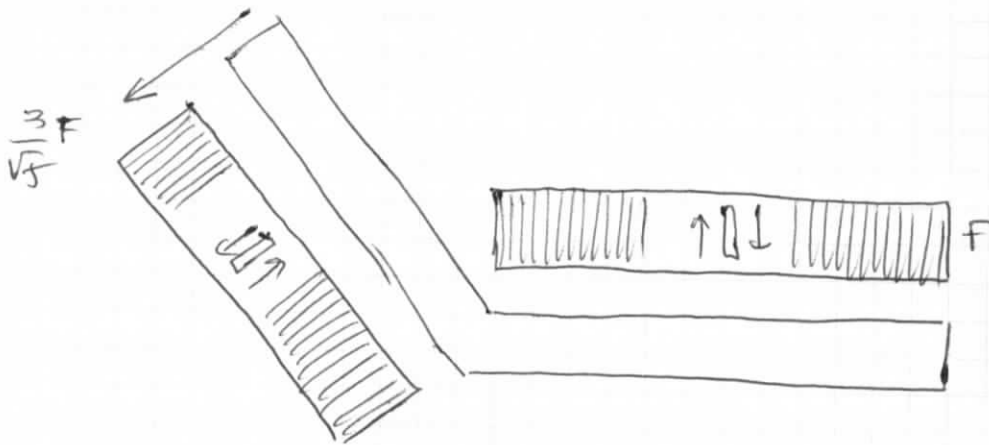


  
 Asignatura \_\_\_\_\_  
 Es, \_\_\_\_\_  
 Año de cu. \_\_\_\_\_ Fecha \_\_\_\_\_

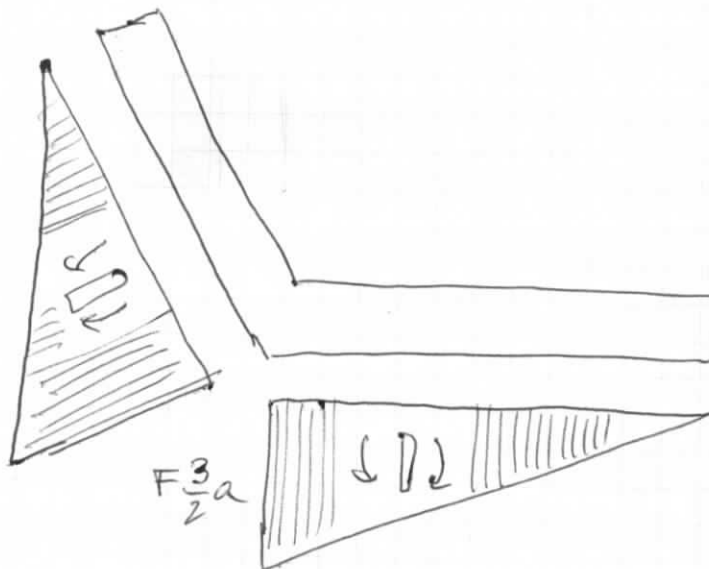
EJERCICIO \_\_\_\_\_  
 Hoja nº \_\_\_\_\_  
 CALIFICACIÓN \_\_\_\_\_

Esfuerzo constante

$$F_{\text{axial}} + F_{\text{axial}} = F \frac{3}{\sqrt{5}}$$



Momentos flexión





INDUSTRIALES  
ETSII | UPM

1º Apellido

2º Apellido

Nombre

Nº de Matrícula  Nº de Grupo

Asignatura

Especialidad

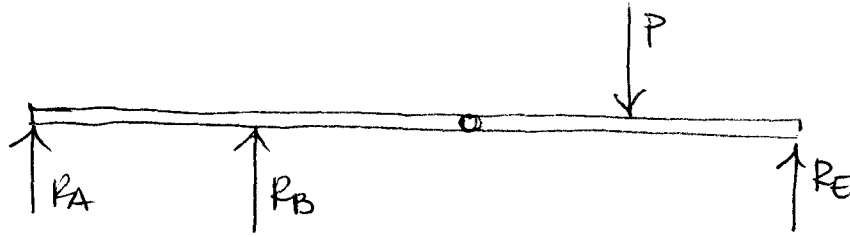
Año de carrera  Fecha

EJERCICIO

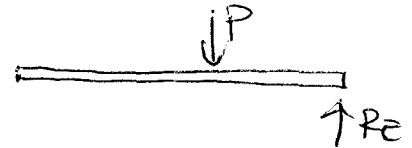
Hoja nº

CALIFICACION

(ii) cálculo de reacciones



Tomando momentos, desde la  
rotula, de la parte de la



$$P \cdot a = R_E \cdot 2a \Rightarrow R_E = P/2$$

Tomando momentos desde A:

$$R_B \cdot a + R_E \cdot 4a = P \cdot 3a$$

$$R_B \cdot a + \frac{P}{2} \cdot 4a = P \cdot 3a$$

$$R_B = P$$

Por equilibrio de fuerzas  
verticales

$$R_A + R_B + R_E = P$$

$$R_A + P + \frac{P}{2} = P$$

$$R_A = -P/2$$



INDUSTRIALES  
ETSH | UPM

1º Apellido 



  
 2º Apellido 



  
 Nombre 



  
 Nº de Matrícula 



 Nº de Grupo 



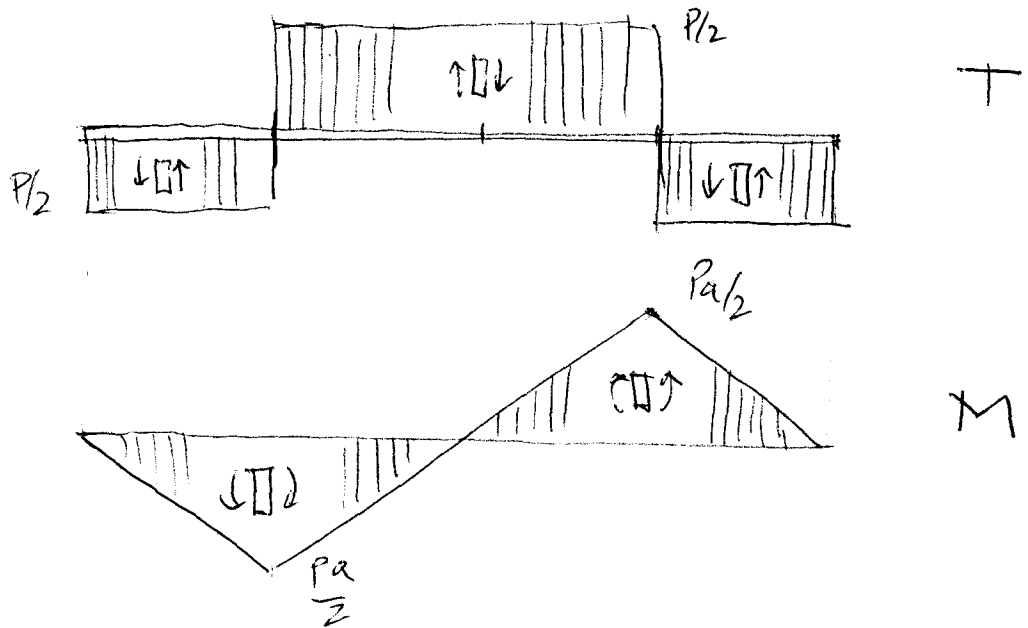
  
 Asignatura \_\_\_\_\_  
 Especialidad \_\_\_\_\_  
 Año de carrera \_\_\_\_\_ Fecha \_\_\_\_\_

EJERCICIO 



  
 Hoja nº 2  
 CALIFICACIÓN

(ii) Diagramas de esfuerzos



(iii) Energía

$$\begin{aligned}
 U &= \int_0^{4a} \frac{M^2(x) dx}{2EI} = 4 \int_0^a \frac{M^2(x) dx}{2EI} = \frac{2}{EI} \int_0^a \left(\frac{P}{2}x\right)^2 dx \\
 &= \frac{P^2}{2EI} \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^a = \frac{P^2 a^3}{6EI}
 \end{aligned}$$



INDUSTRIALES  
ETSII | UPM

1º Apellido

2º Apellido

Nombre

Nº de Matrícula  Nº de Grupo

Asignatura

Especialidad

Año de carrera  Fecha

EJERCICIO

Hoja nº 3

CALIFICACIÓN

a) Desplazamiento bajo P

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{P a^3}{3EI}$$

b) Desplazamiento para HEB 140

$$\left. \begin{aligned} E &= 210 \text{ GPa} \\ I &= 1509 \text{ cm}^4 \\ a &= 1 \text{ m} \\ P &= 3000 \text{ N} \end{aligned} \right\}$$

$$\delta = \frac{3000 \text{ N} \cdot 1000^3 \text{ mm}^3}{3 \cdot 210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2 \cdot 1509 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = 0.3156 \text{ m}$$

c) Tensiones máximas

$$\sigma_x^{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{P/2 \cdot a}{W_z} = \frac{3000 \text{ N} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ mm}}{216 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} = 6,94 \text{ MPa}$$

$$z_{\max} = \frac{T_{\max}}{e} \frac{m_z(\tilde{A})}{I_z} = \frac{P/2}{e} \frac{m_z}{I_z} = \frac{1/2 \cdot 3000 \text{ N}}{7 \text{ mm}} \cdot \frac{123 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}{1509 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = 1,75 \text{ Mf}$$

d) Fuerza admisible

Como el problema es lineal:  $\frac{3000 \text{ N}}{6,94 \text{ MPa}} = \frac{P_{\text{adm}}}{250 \text{ MPa}}$

$$P_{\text{adm}} = \frac{250}{6,94} \cdot 3000 = 108069 \text{ N}$$

1º Apellido

2º Apellido

Nombre

Nº de Matrícula  Nº de Grupo

Asignatura

Especialidad

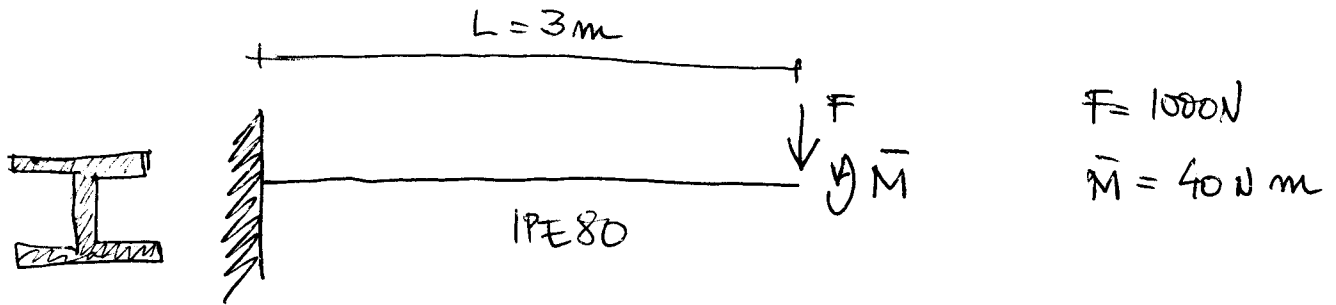
Año de carrera  Fecha

EJERCICIO

Hoja nº

CALIFICACIÓN

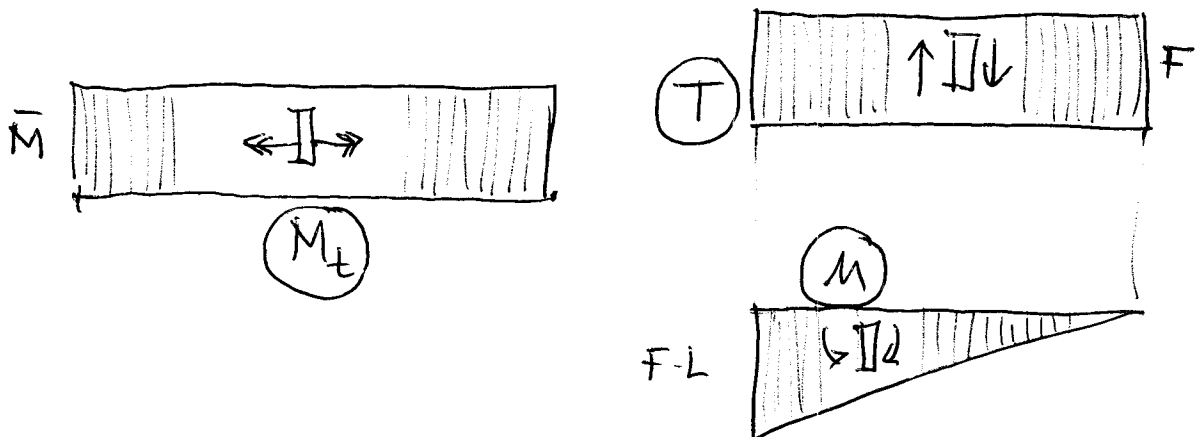
1



(i) Indicar cómo se ha de colocar el perfil para que resista las mayores cargas posibles

En relación al par torsor, es indiferente cómo se coloque el perfil. Sin embargo, para que éste sea lo más resistente posible a flexión (causada por  $F$ ), se ha de colocar como se indica en la figura superior izquierda

(ii) Sección crítica y esfuerzos en ella. Indicarlos en diagramas en toda la viga de  $M_t$ ,  $M$  y  $T$



1º Apellido

2º Apellido

Nombre

Nº de Matrícula  Nº de Grupo

Asignatura

Especialidad

Año de carrera  Fecha

EJERCICIO

Hoja nº

CALIFICACIÓN

2

la sección crítica de la viga es, a la vista de los diagramas, la del empotramiento donde los esfuerzos tienen valores:

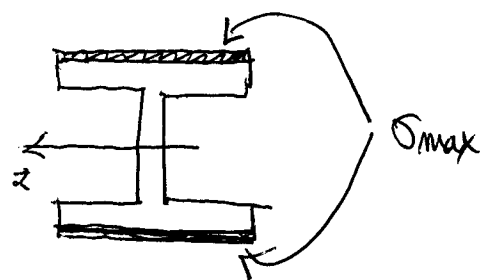
$$N=0, T=F=1000\text{N}, M=F \cdot L=3000\text{ N}\cdot\text{m}, M_t=40\text{ N}\cdot\text{m}$$

(3) Indicar la tensión normal y tangencial máximas. En la sección crítica:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_z} = \frac{F \cdot L}{W_z} = \frac{3000 \cdot 10^2 \text{ N}\cdot\text{cm}}{20 \text{ cm}^3} = 15000 \text{ N/cm}^2$$

$$= 150 \text{ MPa}$$

Esta se da en los puntos más alejados del eje z



la máxima tensión tangencial debida al par toral es:  $\tau_{\max} = \frac{\bar{M}}{W_t}$

$$W_t = \frac{\frac{1}{3} l b^3}{e_{\max}} = \frac{I_t}{e_{\max}} = \frac{0,721 \text{ cm}^4}{0,52 \text{ cm}} = 1,387 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{\max} = \frac{40 \cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{mm}}{1387 \text{ mm}^3} = 28,84 \text{ MPa}$$



1º Apellido

2º Apellido

Nombre

Nº de Matrícula  Nº de Grupo

Asignatura

Especialidad

Año de carrera  Fecha

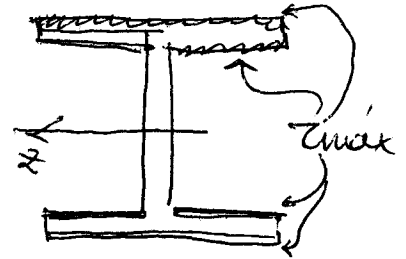
EJERCICIO

Hoja nº

CALIFICACIÓN

3

la tensión tangencial máxima debida al torsor se da en las alas del perfil. Ver figa



Al tratarse de una viga con  $\frac{l}{n} = \frac{3000}{80} \gg 10$  despreciamos el  $Z_{max}$  debido al constante T.

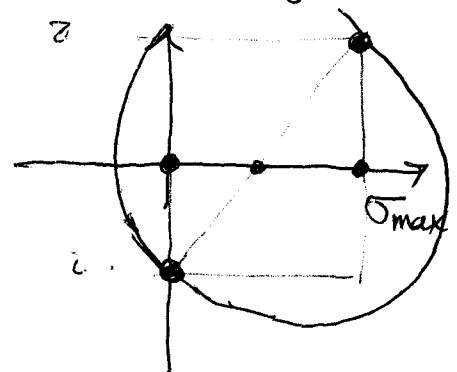
4) Factor de seguridad según el criterio de Tresca.

los puntos más alejados de la sección contra son los más alejados del eje z, donde se dan las mayores  $\sigma$  y  $\tau$ .

Su diagrama de Mohr es el de la figa por lo

$$\sigma_{eq}^{max} = \sqrt{\sigma_{max}^2 + 4\tau_{max}^2}$$

$$= 152,75 \text{ MPa}$$



y por tanto el factor de seguridad es:

$$n = \frac{\sigma_e}{\sigma_{eq}} = \frac{180 \text{ MPa}}{152,75 \text{ MPa}} = 1,18$$