Ideas básicas de la Resistencia de Materiales

I. Romero
ETSI Industriales, Universidad Politécnica de Madrid
ignacio.romero@upm.es

29 de junio de 2016

La Resistencia de Materiales (RM) es la parte de la Mecánica de Sólidos que estudia el comportamiento mecánico de los cuerpos deformables con geometrías sencillas, principalmente barras, vigas, placas y láminas. Es por tanto una disciplina que tiene poco que ver con el análisis de la "resistencia de los materiales".

Aprovechando la sencillez de los cuerpos que estudia, la RM utiliza simplificaciones en las ecuaciones de los sólidos deformables para obtener modelos tan sencillos que se pueden resolver analíticamente, a costa de admitir ciertos errores de aproximación. Estos errores son tanto más pequeños cuanto más realistas sean las simplificaciones aceptadas y es por tanto importante siempre recordar que las ecuaciones de las barras, vigas, etc. han de acompañarse, al menos mentalmente, de las hipótesis que las hacen válidas.

1. El proceso general

En la mayoría de los casos en los que se emplea la teoría de la RM el objetivo es "un viaje de ida y vuelta": de lo global a lo local, y vuelta a lo global. A partir de la geometría y las cargas exteriores se obtienen los esfuerzos, bien como diagramas o como leyes; a partir de éstos, se calculan las tensiones; de éstas, se obtienen las deformaciones y a partir de ellas, las medidas estructurales de deformación. Por último, conociendo éstas se pueden integrar los desplazamientos.

Normalmente, las incógnitas fundamentales son las *tensiones* y los *desplazamientos*. Conocer las primeras sirve para determinar cuan lejos está la pieza o estructura de romperse (o de forma más general, de fallar). Al determinar los segundos podemos decidir si las condiciones de servicio son admisibles de acuerdo con la aplicación que se desee para la pieza o estructura. Por ejemplo, en un brazo metálico de un robot es interesante conocer las tensiones para saber si éste va a sufrir deformaciones plásticas permanentes y también los desplazamientos, para estar seguros de que el sistema de posicionamiento no va a tener errores inadmisibles.

2. Principios generales

La RM emplea pocos principios y todos heredados de la teoría de la *Elasticidad*.

El primer principio es el del *equilibrio*. Sabiendo que *cualquier región de un sólido está en equilibrio estático*, es decir, de fuerzas y pares, se pueden calcular los esfuerzos a partir de las fuerzas externas. El cálculo de las tensiones a partir de los esfuerzos requiere el uso de simplificaciones (por ejemplo, que las secciones de una viga permanecen planas cuando ésta se dobla) y las deformaciones, a partir de las tensiones, se obtienen con la ley de Hooke generalizada o las ecuaciones de Lamé de la *Elasticidad*. Por último, las deformaciones estructurales (alargamiento total, flechas, etc.) se obtienen integrando los valores locales de la deformación.

El *principio de superposición* se debe a que las ecuaciones que gobiernan los modelos más sencillos de RM son *lineales*. Este "principio" establece que los efectos (desplazamientos, tensiones, deformaciones) debidos a varias solicitaciones son la suma de los efectos debidos a cada una de ellas por separado. Esta idea tan sencilla es la herramienta fundamental para resolver problemas complejos y tensiones en estados de esfuerzos combinados. El en caso de una viga sometida a flexo-torsión, por ejemplo, las tensiones y desplazamientos son exactamente los debidas a la flexión más las debidas a la tor-

Esfuerzo	Equilibrio	Tensión	Deformación	Deformación g	Energía
N	$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x} + \bar{p} = 0$	$\sigma_x = \frac{N}{A}$	$\varepsilon_x = \frac{N}{EA}$	$\delta = \int \varepsilon(x)\,\mathrm{d}x$	$\int \frac{N^2(x)}{2EA}\,\mathrm{d}x$
M_z	$\frac{\mathrm{d}M_z}{\mathrm{d}x} = T_y$	$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_z} y$	$\kappa = \frac{M_z}{EI_z}$	$v''(x) = \kappa(x)$	$\int \frac{M_z^2(x)}{2EI_z}\,\mathrm{d}x$
T_y	$\frac{\mathrm{d}T_y}{\mathrm{d}x} + \bar{q}_y = 0$	$\tau_{xy} = -\frac{T_y}{b(y)}\frac{m_z(y)}{I_z}$		$\gamma = \frac{T_y}{G\bar{A}}$	$\int \frac{T_y^2(x)}{2G\bar{A}}\,\mathrm{d}x$
M_t	$\frac{\mathrm{d}M_t}{\mathrm{d}x} + \bar{m}_t = 0$	$\tau = \frac{M_t}{I_0} r$	$\vartheta = \frac{M_t}{G\,I_0}$	$\Theta = \int \vartheta(x)\,\mathrm{d}x$	$\int \frac{M_t^2(x)}{2GI_0}$

Cuadro 1: Resumen de las ecuaciones para el análisis de vigas rectas. Nota: las ecuaciones de la torsión son para ejes circulares.

sión (Atención: las cantidades que se suman son vectores y no escalares).

Una mención especial merecen los problemas *hiperestáticos*, aquellos en los que las ecuaciones del equilibrio no son suficientes para determinar los esfuerzos. En estas situaciones no sólo debe de cumplirse el equilibrio, sino que la deformación global del sólidos ha de ser *compatible* con las restricciones del mismo (apoyos, empotramientos, etc.). Estos problemas son más complejos de resolver que los *isostáticos*, pero siempre se pueden reformular como isostáticos con ecuaciones de compatibilidad.

3. Las vigas

El objeto de los cursos básicos de RM es, fundamentalmente, el estudios de *vigas*. Estas son sólidos con una dimensión, la longitud, mucho mayor que las otras dos.

En cada sección recta de un viga se puede definir un *triedro local xyz*, siendo x saliente y y, z direcciones principales de la sección. Las secciones de las vigas pueden estar sometidas a seis esfuerzos: esfuerzo normal N, dos esfuerzos cortantes T_y, T_z, momento torsor M_t y dos momentos flectores M_y, M_z. En el Cuadro 1 se resumen las ecuaciones que gobiernan la respuesta de las vigas rectas.

4. El papel de la energía

El *principio de la mínima energía potencial* de la *Mecánica de Sólidos* establece que los sólidos se deformana para minimizar su energía potencial. Este resultado es equivalente a las ecuaciones de equilibrio, pero más sencillo de aplicar en muchas situaciones porque trata con energías, que son cantidades escalares y no vectoriales. A partir de este principio se deducen otros como los *teoremas de Castigliano* o el *principio de reciprocidad*.

En particular, el *segundo teorema de Castigliano* o su corolario, el *método de la carga unidad*, son los resultados más útiles para el cálculo de desplazamientos en RM y, por consiguiente, para la resolución de problemas isostáticos o hiperestáticos. Además, la energía elástica de un estado complejo de solicitación es la suma de las energías de cada una de las solicitaciones individuales, por lo que el uso de estos teoremas en problemas complejos vuelve a reducirse a la combinación de las contribuciones de cada uno de los problemas sencillos en los que puede descomponerse.

5. El pandeo

De forma general, el *pandeo* es una inestabilidad que aparecen en piezas estructurales esbeltas cuando se someten a compresión. Este es por tanto un fenómeno *no lineal* y casi todo lo dicho anteriormente en este resumen no es válido para el estudio del pandeo. Puesto que el principio de superposición no se puede utilizar, el pandeo *no* puede descomponerse en casos más sencillos que posteriormente se combinan.